

Semantyczna definicja prawdy



Jacek Juliusz Jadacki

Ur. 1946 w Puchaczowie k. Lublina – profesor tytularny, pracownik Instytutu Filozofii UW. Zajmuje się głównie semiotyką logiczną i historią filozofii polskiej, a w szczególności Szkołą Lwowsko-Warszawską. Jest autorem ponad 20 książek i kilkuset artykułów z tego zakresu.

W okresie międzywojennym – „złotym okresie logiki polskiej” – znaleziono w Warszawie odpowiedź na pytanie, jak powinna być skonstruowana poprawna definicja prawdy – i definicję taką sformułowano.

Słowa kluczowe: prawda, zgodność, antynomia, spełnianie, metajęzyk, semantyka, syntaktyka

1. Arystoteles – wielki poszukiwacz tego, co jest we wszystkim istotne – istotę prawdy ujął tak:

(1) Zdanie *Z* jest prawdziwe, gdy jest tak, jak zdanie *Z* głosi.

Odpowiednio też:

(2) Zdanie *Z* jest fałszywe, gdy nie jest tak, jak zdanie *Z* głosi.

Zagadkowość formuł (1) i (2), które zyskały później miano „klasycznej definicji prawdy”, jest uderzająca. Próbowano później tę zagadkowość usunąć, nadając formule (1) – pominiemy dla uproszczenia formułę (2) – następującą interpretację:

(3) Zdanie *Z* jest prawdziwe, gdy zdanie *Z* jest zgodne z rzeczywistością.

Ale i tej interpretacji – nazwanej „korespondencyjną” – nie ominął zarzut zagadkowości. Cóż to bowiem znaczy „zgodność”? Na pewno nie tożsamość. Więc może podobieństwo? Ale podobieństwo pod jakim wzglę-

dem? A cóż to jest w ogóle rzeczywistość, do której zdanie miałyby być podobne?

2. Co więcej: już za życia Arystotelesa podniesiono zarzut, że termin „prawda” jest antynominalny, to znaczy używanie go wikła nas w sprzeczności. Konkurent Arystotelesa – Eubulides – wykazywał to w ten sposób.

Rozważmy następującą wypowiedź:

(4) To, co powiedziałem, jest fałszem.

Otóż jeżeli mówiąc (4) powiedziałem fałsz, to (4) jest fałszywe, a zatem w istocie nie powiedziałem fałszu – czyli powiedziałem prawdę. Jeżeli natomiast powiedziałem prawdę, to (4) jest prawdziwe, a zatem w istocie powiedziałem fałsz. Widać, że – przy przyjęciu definicji (1) – konsekwencją (4) jest, że:

(5) Powiedziałem fałsz, gdy powiedziałem prawdę.

Tego Arystoteles – i nikt, kto uznaje zasadę niesprzeczności¹ – zaakceptować nie mógł.

3. Nic dziwnego, że – w takiej sytuacji – odstąpiono od poszukiwania istoty prawdy. Zamiast pytania „Na czym polega prawdziwość zdań?” postawiono sobie pytanie „Po czym poznajemy, że zdania są prawdziwe?” albo „Kiedy mamy prawo uznać jakieś zdanie za prawdę?”. Odpowiedzi były różne, a wśród nich i takie:

(6) Jeśli wszyscy uznają zdanie *Z* za prawdę, to zdanie *Z* jest prawdziwe.

(7) Jeśli uznanie zdania *Z* za prawdę jest warunkiem skutecznego działania, to zdanie *Z* jest prawdziwe.

Ale i podawane – zamiast definicji – kryteria prawdy, okazały się niezadowalające. Wszak bywa, że jakieś zdanie spotyka się z powszechną akceptacją, a ostatecznie okazuje się, że jest fałszywe. Albo ktoś skutecznie działa, założywszy jakiś oczywisty fałsz.

I ta droga – kryterium konsensualnego (6) lub pragmatycystycznego (7) – prowadzi na manowce.

4. Jak w wielu wypadkach, zastosowano więc zasadę „Jak trwoga, to

Zob. na ten temat „Filozofuj!” 2016 nr 2, s. 22-23.

AKSJOMAT = zdanie przyjęte w danym systemie bez dowodu.

SYNTAKTYCZNA DEFINICJA PRAWDY – określenie prawdy odwołujące tylko do związków logicznych między zdaniami, pomijające odniesienie do ich treści, znaczenia, tego, co one oznaczają.

JĘZYK PRZEDMIOTOWY A METAJĘZYK. Język przedmiotowy to język, w którym mówimy o jakimś przedmiocie (szereko-*osobianym*). Np. »Święci. Metajęzyk zaś to język, w którym mówimy o języku przedmiotowym. Np.: Zdanie »Słońce świeci« jest krótkie.

PREDYKAT to wyrażenie, które wraz wyrażeniem nazwowym (jednym lub wieloma) tworzy zdanie proste. Przykłady: Predykat »jest zielone« wraz z nazwą »jabłko« tworzy zdanie »Jabłko jest zielone«. Predykat »jest prawdziwe« wraz z wyrażeniem nazwowym »Zdanie »Słońce świeci« tworzy zdanie »Zdanie »Słońce świeci« jest prawdziwe».

do Boga». Bogiem filozofów w tym wypadku – miała być matematyka. W jakich okolicznościach matematycy uznają jakieś zdanie za tezę swego systemu? Kiedy uda się im wyprowadzić to zdanie – przy zastosowaniu odpowiednich reguł – z aksjomatów owego systemu: czyli – udowodnić je. Może więc jest tak:

(8) Zdanie *Z* jest prawdziwe, gdy zdanie *Z* ma dowód (jest dowodliwe) na gruncie przyjętych aksjomatów.

No właśnie: przyjętych? Wszystko byłoby w porządku, gdybyśmy mieli pewność, że owe aksjomaty są prawdziwe. Tę prawdziwość – zgodnie z formułą (8) – dziedziczyłyby niejako inne zdania danego systemu. Ale skąd mamy czerpać tę pewność? Przecież formuły (8) nie da się literalnie zastosować do samych aksjomatów!

Trzeba było oddać matematykom, co matematyczne: **syntaktyczna definicja prawdy** okazała się charakterystyką kryterialną o zasięgu ograniczonym (do tez systemów zaksjomatyzowanych).

5. I oto w okresie międzywojennym – „złoty okres logiki polskiej” – znaleziono w Warszawie odpowiedź na pytanie, jak powinna być skonstruowana poprawna definicja prawdy – i definicję taką sformułowano.

Impuls wyszedł od Jana Łukasiewicza i Stanisława Leśniewskiego. Analizując antynomię kłamcy – zauważyli oni, że można się od niej uwolnić, konsekwentnie odróżniając we wszelkich wypowiedziach język przedmiotowy od **metajęzyka**, w którym się mówi o wyrażeniach tego pierwszego.

6. Wróćmy do formuły (1) Arystotelesa. Wypowiedź tę należy w myśl postulatu Łukasiewicza-Leśniewskiego zrekonstruować następująco:

(9) Jeżeli zdanie *Z* głosi, że *p*, to zdanie *Z* jest prawdziwe, gdy *p*.

W formule (9) mówi się o zdaniu *Z* dwie rzeczy: co ono głosi – i w jakich okolicznościach mamy prawo

nazwać je „prawdziwym”. Jeżeli zdanie *Z* sformułowane jest w języku *J*, to formuła (9) jest sformułowana w metajęzyku języka *J*.

Dajmy prosty przykład. Rozważmy mianowicie pewne podstawienie formuły (9):

(10) Jeżeli zdanie *Z* głosi, że Lublin został założony przez Władysława Łokietka, to zdanie *Z* jest prawdziwe, gdy Lublin został założony przez Władysława Łokietka.

Wypowiedź (10) jest oczywiście sformułowana w metajęzyku względem języka (przedmiotowego), w którym jest sformułowane zdanie *Z*. Jeśli zdanie *Z* brzmi:

(11) Lublin został założony przez Władysława Łokietka.

to (10) przyjmie postać oczywistości:

(12) Zdanie „Lublin został założony przez Władysława Łokietka” jest prawdziwe, gdy Lublin został założony przez Władysława Łokietka.

Człon cudzysłowowy w wypowiedzi (12) jest metajęzykową nazwą zdania (11), skądinąd z nim równokształtną.

7. Wróćmy teraz do paradoksalnej formuły (4), wymierzonej przez Eubulidesa w Arystotelesowskie pojęcie prawdy. Łukasiewicz i Leśniewski postawili wobec niej pytanie: Czy formuła (4) jest wypowiedzią języka przedmiotowego, czy wypowiedzią metajęzykową? Odpowiedź była jasna: jest to wypowiedź metajęzykowa – bo wyrażeniem metajęzykowym jest **predykat** „jest fałszem”. W zdaniu (4) przypisuje się semantyczną własność fałszu pewnemu zdaniu języka przedmiotowego. Ale jakiemu? Na pewno nie zdaniu (4), które nie jest zdaniem języka przedmiotowego. Więc czemu?

Niczemu!

Eubulidesowska formuła (4) nie uderza w Arystotelesowską definicję (1), gdyż nie mówi ona o niczym: jest nonsensem.

Droga do semantycznej definicji prawdy zostaje otwarta.

8. Droga tą poszedł uczeń Łukasiewicza i Leśniewskiego – Alfred Tarski, a za nim jego kontynuatorzy. Jako matematyk, zauważył, że formuły w systemach zaksjomatyzowanych można uznawać za prawdziwe nie tylko poprzez wykazanie, że wynikają one z aksjomatyki (a więc **środkami syntaktycznymi**) – ale także poprzez wykazanie, że są one spełnione w dziedzinie przedmiotów, które się w danym systemie opisuje (a więc **środkami semantycznymi**). Definicji (1) wolno więc nadać postać:

(13) Zdanie *Z* jest prawdziwe w dziedzinie *D*, gdy zdanie *Z* jest spełnione w dziedzinie *D*.

Cóż to jednak znaczy: „spełnione”? Weźmy najprostszy – arytmetyczny – przykład. Rozważmy dziedzinę złożoną z liczb 1, 2 i 3 oraz z relacji równości i większości. Oto mamy trzy formuły:

(14) $x > y$.

(15) $x = x$.

(16) $x > x$.

Powiemy, że formuła (14) jest spełniona w tej dziedzinie przez ciągi liczb: [2,1], [3,1] i [3,2]; nie jest natomiast spełniona np. przez ciąg liczb: [1,2], gdyż 1 nie jest większe od 2. Z kolei formuła (15) jest spełniona przez wszystkie liczby należące do wyróżnionej dziedziny, gdyż każda z nich jest równa sobie samej. Formuła (16) nie jest natomiast spełniona przez żadną z liczb z naszej dziedziny.

9. Ze szczególną sytuacją mamy do czynienia wtedy, gdy formuły, co do których mamy orzec, czy są spełnione w danej dziedzinie – a w konsekwencji, czy są prawdziwe – zawierają nie zmienne (np. 'x', 'y'), lecz stałe, czyli nazwy poszczególnych elementów tej dziedziny. Powiedzmy, że liczbę 1 nazwiemy 'a', a liczbę 2 – 'b'. Zapytajmy

Wykazanie prawdziwości jakiejś formuły, czyli wyrażenia zawierającego zmienne, **ŚRODKAMI SYNTAKTYCZNYMI** polega na wykazaniu związku tej formuły z innymi formułami. Np. wykazanie prawdziwości formuły $p \leftrightarrow \neg \neg p$ polega na wykazaniu, że można ją wyprowadzić z aksjomatów i za pomocą reguł danego systemu. Nie ma potrzeby odwoływania się do dziedziny przedmiotowej.

teraz, czy w naszej dziedzinie spełnione (*ergo* prawdziwe) jest zdanie:

(17) $b > a$.

Odpowiadamy: tak, ponieważ 2 jest większe od 1.

Otóż możemy teraz zastosować semantyczną definicję prawdy – wyrażaną w uproszczeniu przez formułę (13) – do zdań typu (11). Powiedzmy, że rozważamy dziedzinę *X* złożoną z miast polskich i królów Polski; wśród pierwszych wyróżnione jest to, w którym zawarto realną Unię Polsko-Litewską, a wśród drugich ten, który koronował się 20 stycznia 1320 roku w Krakowie. Nazwijmy teraz wyróżnione wyżej miasto „Lublinem”, a wyróżnionego wyżej króla „Władysławem Łokietkiem”. Formułę (13) wolno nam – przy tych założeniach – przekształcić w formułę:

(18) Zdanie „Lublin został założony przez Władysława Łokietka” jest prawdziwe w dziedzinie *X*, gdy zdanie „Lublin został założony przez Władysława Łokietka” jest spełnione w dziedzinie *X* przez miasto, w którym zawarto Unię Polsko-Litewską, oraz przez króla, który koronował się 20 stycznia 1320 roku w Krakowie (dodajmy: przy odpowiednim rozumieniu predykatu „został założony”).

10. Do tej definicji nie można się już było przyklepić: ani formalnie, ani materialnie. Można ją cyzelować (i robiono to!), ale nie da się jej zakwestionować. Stanowi trwały wkład Warszawskiej Szkoły Logicznej do filozofii światowej.

Dodajmy: nie jedyny zresztą. ■

Fot.: Some rights reserved by Marcin Blazek, CC BY-SA, 4.0 International

Krakowskie przedmieście w Lublinie.